Seat No:- __________ Enrolment No:________

# GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

## Diploma Engineering – SEMESTER-II • Examination – SUMMER • 2016

**Subject code:- 3320002** **Date :- 07-05-16**

**Subject Name:- Advance Mathematics [Group-1]**

**Time:- 10:30 am - 01:00 pm** **Total Marks:- 70**

**Instruction:-**

1. **Attempt all questions.**
2. **Make suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

**Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. (14)**

**1.** $\sqrt{-4}$ = ______________

(a) $2i$ (b) -$2i$ (c) $\pm 2i$ (d) none of the above

**2.** $z = 3i - 2$ then $\bar{z}$ = _____________

(a) $3i + 2$ (b) -2 -$3i$ (c) 2-$3i$ (d) -2 +$3i$

**3.** Inverse of Complex Number 5-4$i$ is __________

(a) $\frac{-5-4i}{9}$ (b) $\frac{5+4i}{41}$ (c) $\frac{5-4i}{41}$ (d) $\frac{-5+4i}{41}$

**4.** $|(3-4i)^2|$ = _______

(a) 25 (b) 24 (c) 5 (d) 12

**5.** If $f(x)$= log (tan $x$) then $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$=____________

(a) 1 (b) e (c) 0 (d) $\pi$

**6.** $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$=____________

(a) e (b) 0 (c) 1 (d) -1

**7.** $\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$ = _________

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (b) 0 (c) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ (d) $x^{3/2}$

**8.** If f(x)= sin $x$ then $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = ______

(a) 0 (b) 1 (c) cosx (d) $\frac{1}{2}$

**9.** $\frac{d}{dx}$ $(x^2+2^x+2^2)$=__________

(a) $2^x$ log2 + $2^x$ (b) 2x+$2^x$ log2 (c) 2x+$2^x$ log2+2 (d) 2x+$2^2$

**10.** $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}x + \cos^{-1}x)$ = _________

(a) 0 (b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

**11.** $\int e^{-\log \sec x}{}_{dx}$=_____________

(a) sec $x$ tan $x$ (b) cos $x$ (c) Sin $x$ (d) tan $x$

**12.** $\int_1^e \log x \, dx$ = __________

(a) 0 (b) e (c) 1 (d) e – 1

**13.** The order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 9y = 0$ are____ and ____ respectively.

(a) 2, 3 (b) 3, 2 (c) 1, 2 (d) 2 , 1

**14.** Integrity factor of the equation $\frac{dy}{dx} = y \tan x + e^x$ is __________

(a) tan x (b) sin x (c) cos x (d) $e^x$

**Q.2 (a) Attempt any two** **(6)**

1. Express $\frac{4+2i}{(3+2i)\,(5-3i)}$ in a+ib form a,b ∈ R
2. If $z = -3 + \sqrt{2i}$ then find the value of $z^4 + 5z^3 + 8z^2 + 7z + 4$
3. Find the square root of 5-2i

**(b) Attempt any two** **(8)**

(1) If $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$ then prove that

(a) f(x). f(-x)= 1 (b) $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0$

(2) Evaluate $\lim_{x\to -1}\frac{2x^3+5x^2+4x+1}{3x^3+5x^2+x-1}$

(3) Evaluate $\lim_{x\to\infty}\frac{5x^4+3x^2-2x+1}{2x^4+3x-1}$

**Q.3(a) Attempt any two** **(6)**

(1) If $Y=e^x \sin x$ then find $\frac{dy}{dx}$

(2) If $y= \log\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ then find $\frac{dy}{dx}$

(3) If $x^3 + y^3 = 3axy$ then find $\frac{dy}{dx}$

**(b) Attempt any two** **(8)**

(1) If y = a cos (pt) + b sin (pt) then prove that $\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0$

(2) If the equation of motion of a particle is $S=t^3 + 3t$ ( t > 0 ) then

1) Find the velocity and acceleration at t=3

2) When the velocity and acceleration become equal.

(3) Find the maximum and minimum value of the equation $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$

**Q.4(a) Attempt any two** **(6)**

(1) Integrate $\int\frac{1}{\sqrt{16-9x^2}}\,dx$

(2) Integrate $\int\frac{x^2+4x-1}{x^3-x}$ dx

(3) Integrate $\int x^2 e^{mx}\,dx$

**(b) Attempt any two** **(8)**

(1) Integrate $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$

(2) Find the area bounded by the curve $Y=2x^2$ ; x=1, x=2, and x axis

(3) Integrate $\int \frac{x^5}{1+x^{12}}$ dx

**Q.5 (a) Attempt any two** **(6)**

(1) Evaluate $\lim_{x\to 0} \frac{3\sin x - \sin 3x}{x^3}$

(2) Solve $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$

(3) Solve $x\frac{dy}{dx} - y = x^2$

**(b) Attempt any two** **(8)**

(1) Solve $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2+1}y = \frac{1}{(x^2+1)^3}$

(2) Solve $x(1+y^2)\,dx - y\,(1+x^2)\,dy = 0$

(3) Solve $\frac{dy}{dx} + y\cot x = \cos x$

*************************

## ગુજરાતી અનુવાદ

**સુચના:**

૧. દરેક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

૨. જયાં જરૂરી હોય ત્યા યોગ્ય ધારણા કરો.

૩. જમણી બાજુના આંકડા સંપુર્ણ ગુણ સૂચવે છે.

૪. સરળ કેલ્ક્યુલેટરના ઉપયોગની પરવાનગી છે. (વૈજ્ઞાનિક / ઉચ્ચ આવૃત્તિની પરવાનગી નથી )

૫. અંગ્રેજી ભાષાંતર મૂળભુત આધાર છે.

પ્ર.૧ યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પુરો. (૧૪)

૧ $\sqrt{-4}$ = ____________

(a) $2i$ (b) $-2i$ (c) $\pm 2i$ (d) એકપણ નહિ

૨ $z = 3i - 2$ તો $\bar{z}$ = ____________

(a) $3i + 2$ (b) $-2-3i$ (c) $2-3i$ (d) $-2+3i$

૩ સંકર સંખ્યા $5-4i$ નો વ્યસ્ત _________ છે.

(a) $\frac{-5-4i}{9}$ (b) $\frac{5+4i}{41}$ (c) $\frac{5-4i}{41}$ (d) $\frac{-5+4i}{41}$

૪ $|(3-4i)^2|$ = ______

(a) 25 (b) 24 (c) 5 (d) 12

૫ જો $f(x)$= log (tan $x$) તો $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$=____________

(a) 1 (b) e (c) 0 (d) $\pi$

૬ $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ =___________

(a) e (b) 0 (c) 1 (d) -1

૭ $\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$ = ________

(a) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (b) 0 (c) $\frac{1}{\sqrt{x}}$ (d) $x^{3/2}$

૮ જો $f(x)$= sin $x$ તો $f'(\frac{\pi}{2})$____________

(a) 0 (b) 1 (c) cos x (d) $\frac{1}{2}$

૯ $\frac{d}{dx}$ ( $x^2+2^x+2^2$ )=__________

(a) $2^x \log 2 + 2^x$ (b) $2x+2^x \log 2$ (c) $2x+2^x \log 2+2$ (d) $2x+2^2$

૧૦ $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)$ = _________

(a) 0 (b) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\frac{-2}{\sqrt{1-x^2}}$ (d) $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

૧૧ $\int e^{-\log \sec x} dx$=____________

(a) sec $x$ tan $x$ (b) cos $x$ (c) Sin $x$ (d) tan $x$

૧૨ $\int_1^e \log x \, dx$ = __________

(a) 0 (b) e (c) 1 (d) e – 1

૧૩ વિકલ સમીકરણ $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + 3\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 9y = 0$ ની કક્ષા અને પરિમાણ અનુક્રમે_______ અને_______ છે.

(a) 2, 3 (b) 3, 2 (c) 1, 2 (d) 2 , 1

૧૪ વિકલસમીકરણ $\frac{dy}{dx}$ = y tan x + $e^x$ નો સંકલ્યકારક અવયવ_________ છે.

(a) tan x (b) sin x (c) cos x (d) $e^x$

**પ્ર. ૨ (અ) ગમે તે બે ગણો.** **(૬)**

૧ $\frac{4+2i}{(3+2i)(5-3i)}$ ને a+ib સ્વરુપમા દર્શાવો. a,b ∈ R

૨ જો z= -3 + $\sqrt{2i}$ તો $z^4 + 5z^3 + 8z^2 + 7z + 4$ ની કિંમત શોધો.

3 5 – 2iનુ વર્ગમુળ શોધો.

**(બ) ગમે તે બે ગણો.** **(૮)**

૧ જો f(x)= $\frac{1-x}{1+x}$ તો સાબિત કરો કે, (અ) f(x). f(-x)= 1 (બ) $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=0$

૨ કિંમત શોધો. $\lim_{x\to -1} \frac{2x^3+5x^2+4x+1}{3x^3+5x^2+x-1}$

3 કિંમત શોધો. $\lim_{x\to\infty} \frac{5x^4+3x^2-2x+1}{2x^4+3x-1}$

**પ્ર.3 (અ) ગમે તે બે ગણો.** **(૬)**

૧. જો $Y=e^x \sin x$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

૨ જો y= $\log\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

3 જો $x^3 + y^3 = 3axy$ તો $\frac{dy}{dx}$ શોધો.

**(બ) ગમે તે બે ગણો** **(૮)**

૧ જો y = a cos (pt) + b sin (pt) તો સાબિત કરો કે $\frac{d^2y}{dt^2}$+ $p^2y = 0$

૨ પદાર્થની ગતિ નુ સમીકરણ $S=t^3 + 3t$ ( $t > 0$ ) હોય તો,

અ) t=3 આગળ વેગ, પ્રવેગ શોધો.

બ) વેગ અને પ્રવેગ ક્યારે સમાન થશે.

3 વિધેય $f(x) = 2x^3 -15x^2 +36x +10$ ની અધિક્તમ અને ન્યુનતમ કિમત શોધો.

**પ્ર.૪ (અ) ગમે તે બે ગણો.** **(૬)**

૧ સંકલન કરો. $\int \frac{1}{\sqrt{16-9x^2}}\,dx$

૨ સંકલન કરો. $\int \frac{x^2+4x-1}{x^3-x}\,dx$

3 સંકલન કરો. $\int x^2 e^{mx}\,dx$

**(બ) ગમે તે બે ગણો.** (૮)

૧ કિમત શોધો. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$

૨ $Y=2x^2$ નુ x અક્ષ અને $x=1, x=2$, વડે ઘેરાયેલા પ્રદેશ નુ ક્ષેત્રફળ શોધો.

3 સંકલન કરો.$\int \frac{x^5}{1+x^{12}}\,dx$

**પ્ર.૫ (અ)** ગમે તે બે ગણો. **(૬)**

૧ કિંમત શોધો $\lim_{x\to 0} \frac{3\sin x - \sin 3x}{x^3}$

૨ ઉકેલો $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$

3 ઉકેલો $x\frac{dy}{dx} - y = x^2$

**(બ) ગમે તે બે ગણો.** (૮)

૧ ઉકેલો $\frac{dy}{dx} + \frac{4x}{x^2+1}y = \frac{1}{(x^2+1)^3}$

૨ ઉકેલો $x(1+y^2)\,dx - y\,(1+x^2)\,dy = 0$

3 ઉકેલો $\frac{dy}{dx} + y\cot x = \cos x$

***************************